

化險「圍」夷 - 探討圍貓的最佳策略

壹、研究動機

研究者：林冠頤、謝昕紘 指導老師：陳思妤

因為我從小就很喜歡玩數學遊戲，因此一開始想要做桌遊的研究，但是因為桌遊策略比較單一而且改良後也比較沒實用性，因此我在網路上繼續尋找其他數學遊戲，後來發現圍貓遊戲，比較少人研究，策略也比較多元，所以我們決定要做圍貓遊戲的研究。

我也在網路上看到許多人都在研究必勝策略，但文獻分析之後發現有些人說在沒有預設網子的情況下，邊長為 7 的方格棋盤就就能圍住貓咪，但有些人又說要邊長為 9 才能圍住貓，也發現有很多不一樣的圍法策略，最小可以圍住貓的六邊形大小也不一樣。因此我想要探究怎樣才是圍貓的最佳策略，以及在沒有預設網子情況下能圍住貓的最小棋盤。

貳、研究目的

- 一、探討在沒有預設網子的情況下，若能圍住貓，方格和六邊形棋盤的最小邊長。
- 二、探討不同方格及六邊形棋盤大小至少要預設的網子數量。
- 三、探討在方格及六邊形棋盤中，獵人網子的最佳圍法。

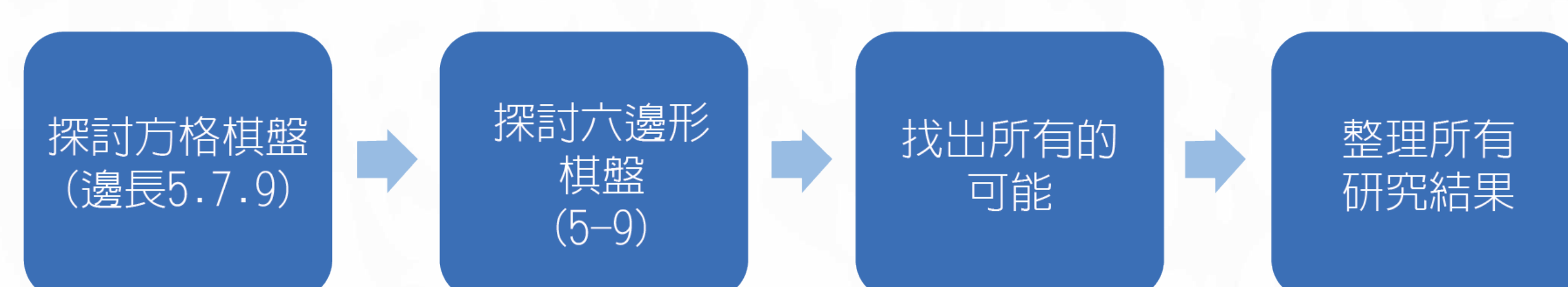
參、研究設計與流程

一、歸納法：

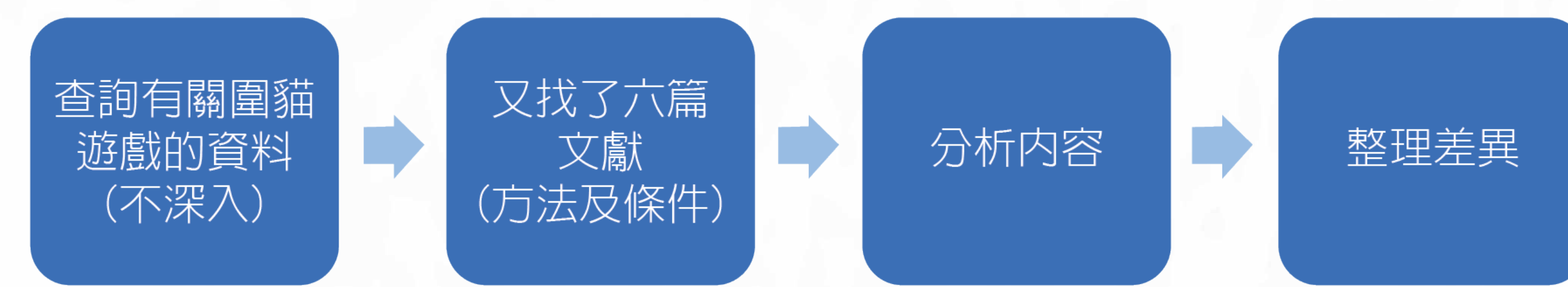
歸納法是指先觀察兩事件中的規律或關係及不斷嘗試或實驗，並試著推測結論，最後再驗證推測的結論。我們會先觀察預設網子數量和棋盤大小的關係及不斷的嘗試，並推測結論，最後驗證我們提出的假設。

二、研究流程：

(一) 資料蒐集階段



(二) 研究階段



肆、結論

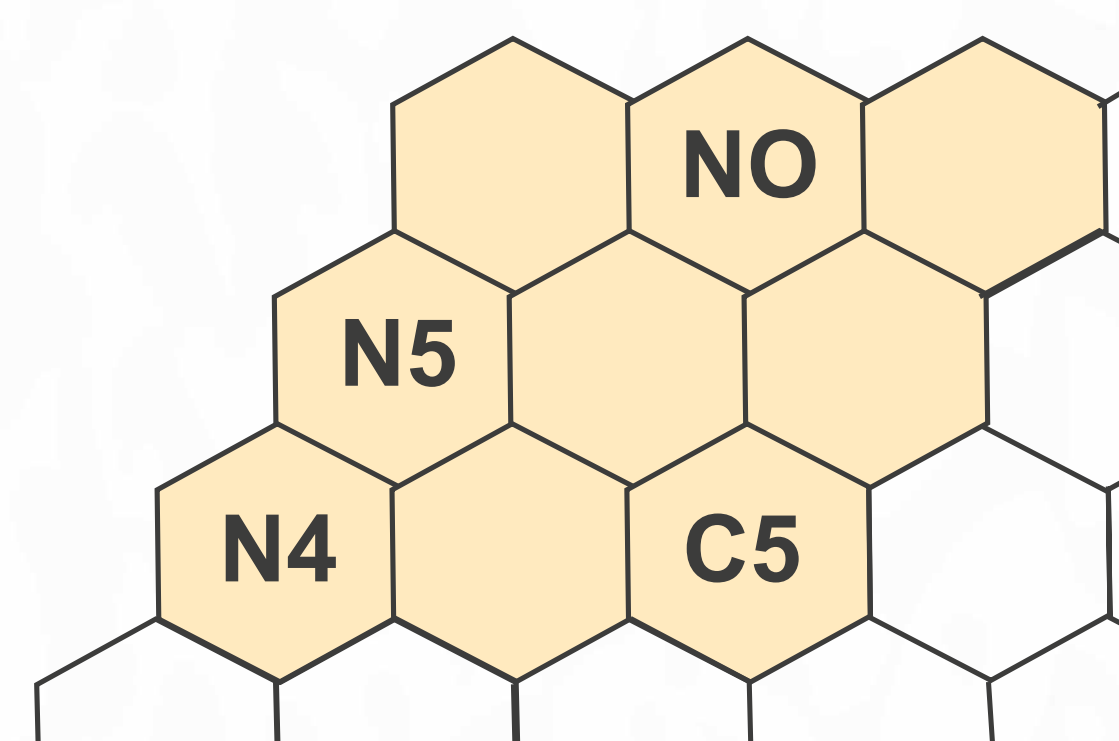
一、圍貓遊戲的方格棋盤規律

1. 在方格棋盤中使用距離一格並加一個斜格圍是最佳圍法。
2. 在方格棋盤裡，邊長為 9 不用預設網子就可以圍著貓。且在邊長九的方格棋盤中，即使讓貓一步也會贏。(但其它網子必須下在第四層的頂點或邊角點)
3. 在沒有預設網子的情況下，若能圍住貓，方格棋盤最小邊長是 9。

二、圍貓遊戲的六邊形棋盤規律

1. 在沒有預設網子的情況下，若能圍住貓，六邊形棋盤最小邊長是 9。
2. 在六邊形棋盤中，只要貓一開始就往預設網子走，貓就比較有可能成功逃走，因為這樣網子就有可能因為太近而來不及圍住貓。
3. 在六邊形棋盤中，同一層的邊角點比頂點和邊點還要容易圍住貓，且一開始最好的圍法是放在最外圍邊角點。
4. 在六邊形棋盤中，如果貓離網子還大於三步時，我們就可以先搶下其他頂點或邊角點。
5. 在貓往六邊形邊線走的最短距離中，要搶下邊長 3 的三角形底端之中點，就可以擋住貓。
6. 在六邊形棋盤中，最外圍的邊角點是最好補空角落的方法。
7. 如果預設網子是在最外圍且放在邊角點上，預設網子的數量就是 $9-K$ ；如果是放在最外圍頂點，以及裡面一層的邊角點或頂點，預設網子數量就是 $10-K$ 。並依此往更裡面一層推。

8. 在六邊形棋盤中，當貓距離網子只剩三步時，而且是在靠近邊線的情況下，就要使用四邊形的圍法（如圖一）

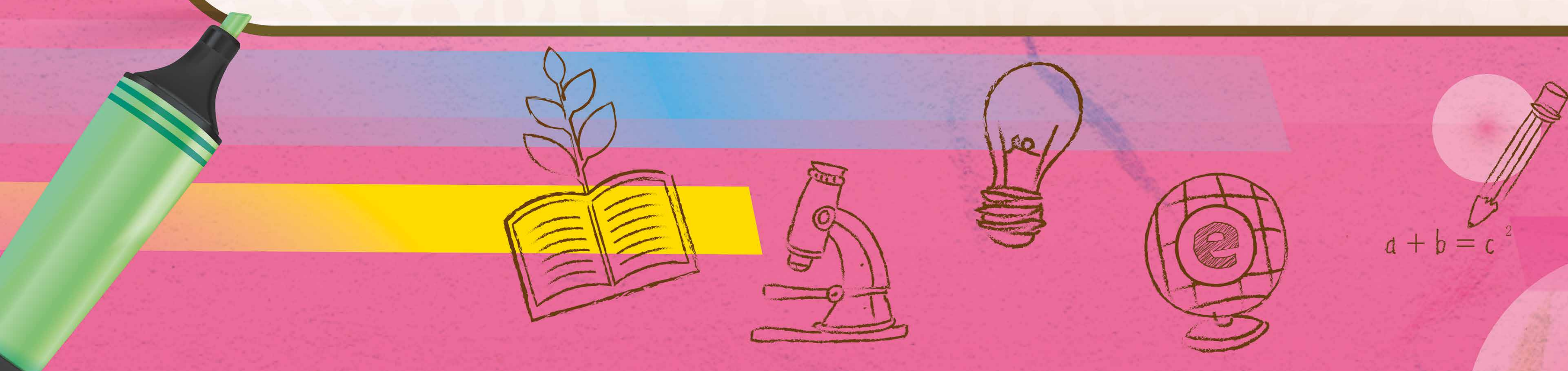


三、方格與六邊形棋盤之分析比較

1. 不管是方格或六邊形棋盤，當棋盤邊長 +1，要圍住貓的最少預設網子數就會 -1。
2. 在方格棋盤中盡量不要補在最外圍，但在六邊形棋盤中卻是圍在最外圍比較容易贏。
3. 在邊長為 5 的方格棋盤中，只要預設三個網子就能成功，但在邊長為 5 的六邊形棋盤中，卻要預設四個網子才能成功。
4. 在邊長為 7 的方格棋盤中，只要預設一個網子就能成功，但在邊長為 7 的六邊形棋盤中，卻要預設二個網子才能成功。
5. 在邊長為 9 的方格棋盤中，可以讓貓先走，但在邊長為 9 的六邊形棋盤中，卻不能讓貓先走。

四、最佳策略

1. 發現在方格棋盤中，距離貓一格加一格斜格是最佳圍法。
2. 在六邊形棋盤中，如果貓靠近棋盤的頂點，就要搶下邊長為 3 的三角形邊點。
3. 發現在六邊形棋盤中，如果貓靠近棋盤的邊點，就要搶下邊長為 3 的四邊形邊點。
4. 在六邊形棋盤中，如果貓離網子還大於三步時，我們就可以先搶下其他頂點或邊角點。



化險「圍」夷—

探討圍貓的最佳策略

組 別：數學組

學 校：中和國小

作 者：林冠頤、謝昕紘

指導老師：陳思妤

摘要

我們的研究是在探討圍貓遊戲的最佳策略，圍貓遊戲的玩法是分成網子和貓，玩家是網子，必須在固定的棋盤內圍住貓，在研究過程中我們發現了如何成功的圍住貓，證明網子需要符合哪些條件才能夠圍住貓咪，和棋盤大小需要預設多少網子的關係，以及在沒有預設網子的情況下，方格棋盤及六邊形棋盤的最小邊長。以及網子圍貓的最佳策略，在過程中，我們發現在邊長為九的方格棋盤中，不用預設網子就可以圍住貓咪，在邊長為九的六邊形棋盤中，不用預設網子也可以圍住貓咪。另外，發現在六邊形棋盤中一定要先搶下邊角點，當貓在靠近邊緣距離網子只剩三步時，要使用三角形的圍法，靠近頂點則是使用平行四邊形，就一定會贏。

壹、前言

一、研究動機

因為我們從小就很喜歡玩數學遊戲，因此一開始我們想要做桌遊的研究，但是因為桌遊策略比較單一而且改良後也比較沒實用性，因此我們在網路上繼續尋找其他數學遊戲，後來我發現圍貓遊戲，比較少人研究，策略也比較多元，所以我們決定要做圍貓遊戲的研究。

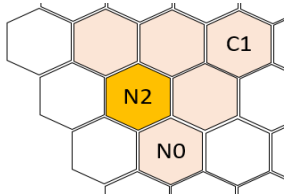
我們也在網路上看到許多人都在研究必勝策略，但文獻分析之後發現有些人說在沒有預設網子的情況下，邊長為 7 的方格棋盤就就能圍住貓咪，但有些人又說要邊長為 9 才能圍住貓，也發現有很多不一樣的圍法策略，最小可以圍住貓的六邊形大小也不一樣。因此我們想要探究怎樣才是圍貓的最佳策略，以及在沒有預設網子情況下能圍住貓的最小棋盤。

二、研究目的

- (一)探討在沒有預設網子的情況下，若能圍住貓，方格和六邊形棋盤的最小邊長。
- (二)探討不同方格及六邊形棋盤大小至少要預設的網子數量。
- (三)探討在方格及六邊形棋盤中，獵人網子的最佳圍法。

三、文獻探討

表一 圍貓遊戲的研究整理

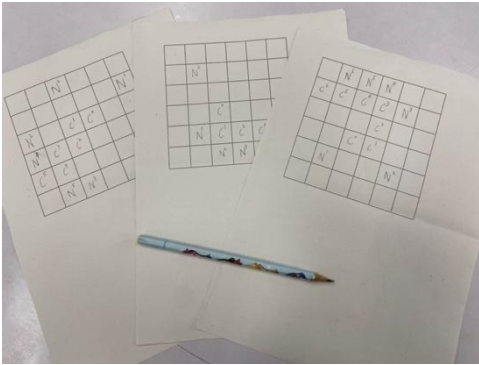
研究資料來源	研究結果	本研究與文獻相異之處
未具名(2014)。有什麼有效的策略來圍住神經貓【部落格文字資料】。取自 https://www.zhihu.com/question/24594263	1.一開始盡量先放網子在每一個六邊形的每個角落。 2.圍法：(1)二間跳 (2)雙飛燕 3.在沒有預設網子的情況下，邊長為 8 的六邊形可以圍住貓咪。	1.我們發現一開始先把網子下在邊角點比下在頂點好。 2.我們發現在圍貓的時候六邊形的圍貓策略，在貓往六邊形邊緣走的最短距離中，要搶下邊長為 3 的三角形底端之中點，就可以成功圍住貓。(如下圖黃色格子)  這方法比二間跳和雙飛燕好用。 3.我們發現邊長為 8 的六邊形最少要預設一個網子才能圍住，而且必須放在最外層的邊角點。
邊緣(2014)。有什麼有效的策略來圍住神經貓【部落格文字資料】。取自 http://www.woshipm.com/it/96158.html	1.邊長為 9 六邊形的邊角點，前二步再把其餘的 2 個邊角點補齊。 2.在不同位置的阻擋方式。	1.我們發現在邊長為 9 的六邊形中不用預設網子就能圍住。 2.我們發現在六邊形棋盤中使用三角形和平形四邊的圍法最容易圍住貓。
liuzibujian(2021)。圍小猫游戏与天使问题——容错值理论。取自 https://blog.csdn.net/liuzi	1.在不同狀況下用邊點、邊角點、頂點和環內點圍貓的容錯值。	1.我們發現使用邊角點比頂點和邊點好用。

bujian/article/		
張閔煊、郭卉琳、林宇軒。你逃不掉的!!!-----圍貓遊戲。中山高中，基隆市。	1.一開始至少要有 5 個網子放在六個方位的最外圍。 2.在邊長為 13 的六邊形棋盤中，無法圍住貓。 3.在邊長為 7 的方格棋盤中，可以圍住貓。	1.我們發現在邊長為 9 的六邊形棋盤不用預設網子就能圍住貓，不需要到 13 那麼大。 2.我們發現在邊長為 7 的方格棋盤中，至少要預設 1 個網子才能圍住貓。
未具名(2018)。鞋貓劍客別想跑—探討獵人與貓的對應位置。彰化縣。	1.在方格棋盤中，把網子放在與貓距離 1 格+1 個斜格，比較容易圍住貓。	1.我們發現在方格棋盤中，我們發現最佳圍法是補在裡面一層的頂點
杜穎謙、陳紫渝、陳凱欣(2021)。從「圍貓遊戲」探討阻擋棋盤上移動點之最佳解【部落格影音資料】。取自 https://mistymyth.fg.tp.edu.tw/1math/G1.html	1.當六邊形棋盤邊長小於 9 且大於 5，至少要預設(10-邊長)個網子。 2.在圍貓遊戲中最佳圍法是放在六邊形的頂點。 3.在沒有預設網子的情況下，邊長為 10 的棋盤可以圍住貓。	1.我們研究出如果預設網子放在最外圍邊角點上，假設邊長為 K，要至少 $9-K$ 個網子才能圍著貓；如果是放在最外圍頂點，以及裡面。 2.我們發現圍貓遊戲中最佳圍法是六邊形，但是放在邊角點而不是頂點。 3.我們發現在邊長為 9 的六邊形就可以在沒有預設網子的情況下圍住。

貳、研究設備及器材

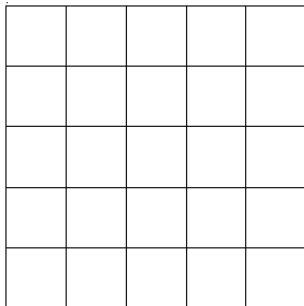
1. 電腦一台

2. 筆和紙

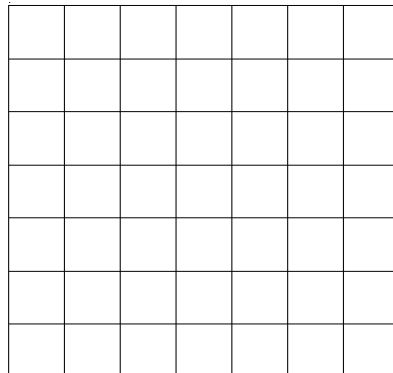


3. 圍貓棋盤設計

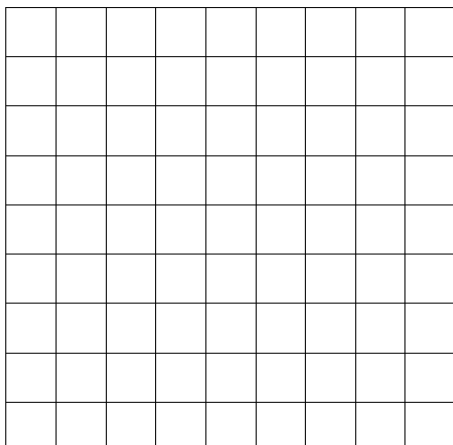
(1) 邊長為 5 的方格棋盤



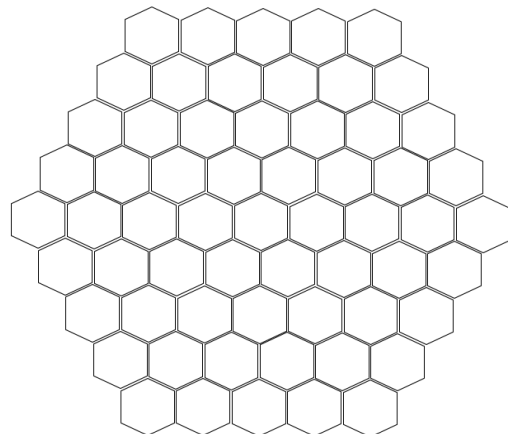
(2) 邊長為 7 的方格棋盤



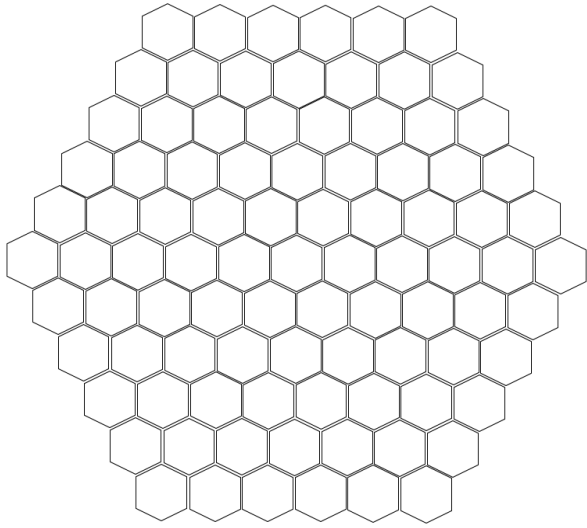
(3) 邊長為 9 的方格棋盤



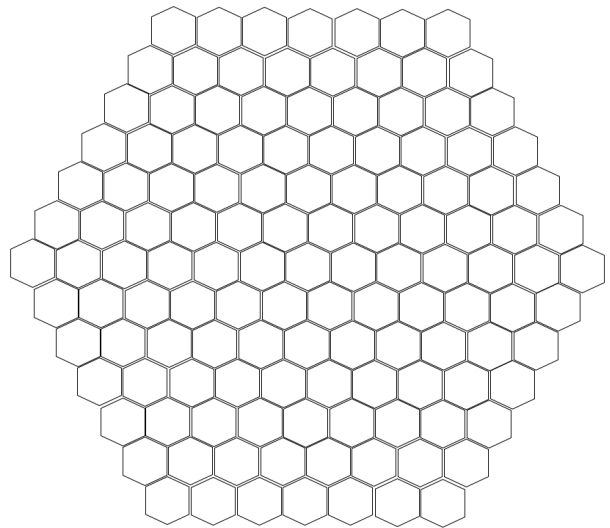
(4) 邊長為 5 的六邊形棋盤



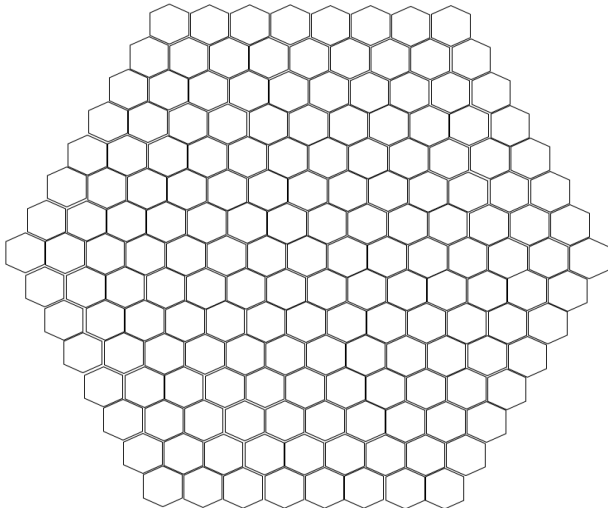
(5) 邊長為 6 的六邊形棋盤



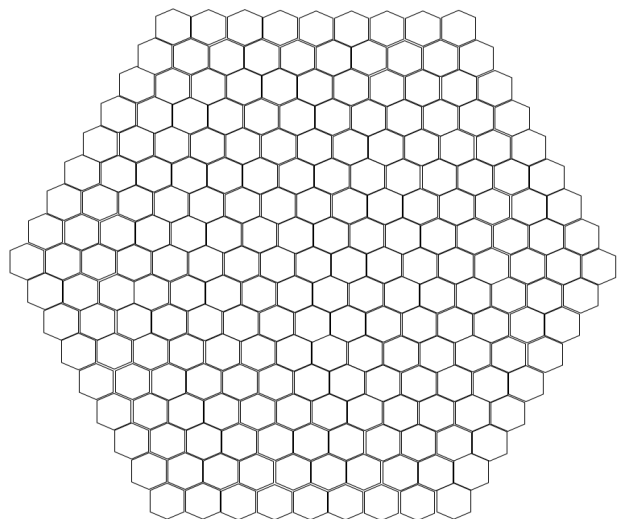
(6) 邊長為 7 的六邊形棋盤



(7) 邊長為 8 的六邊形棋盤



(8) 邊長為 9 的六邊形棋盤



參、研究過程或方法

一、研究方法

(一) 歸納法

歸納法是指先觀察兩事件中的規律或關係及不斷嘗試或實驗，並試著推測結論，最後再驗證推測的結論。我們會先觀察預設網子數量和棋盤大小的關係及不斷的嘗試，並推測結論，最後驗證我們提出的假設。

二、研究流程

(一)資料蒐集階段

一開始，我決定要做圍貓遊戲的研究，於是我開始查詢有關圍貓遊戲的資料(圍貓遊戲的攻略及玩法)，但因為沒有研究的很深入，所以後來我又找了六篇文獻都講到了如何圍貓的方法以及可以圍住貓的條件，但都講得並不一樣，因此我們分析完每篇的內容後，再整理我們研究內容與文獻的差異，如表一內容所示。

(二)研究階段

一開始，我們先探討邊長為 5.7.9 的方格棋盤中，要預設至少幾個網子數才能圍貓，而且盡可能找出所有貓可以突破網子的可能，以確定我們可以圍著貓。接著我們再探討邊長為五～九的六邊形棋盤中，要預設至少幾個網子數才能圍貓，而且盡可能找出所有貓可以突破網子的可能。最後再統整所有的研究結果。

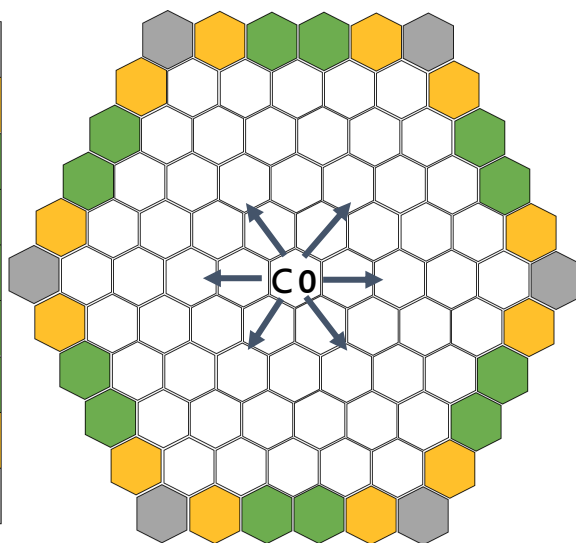
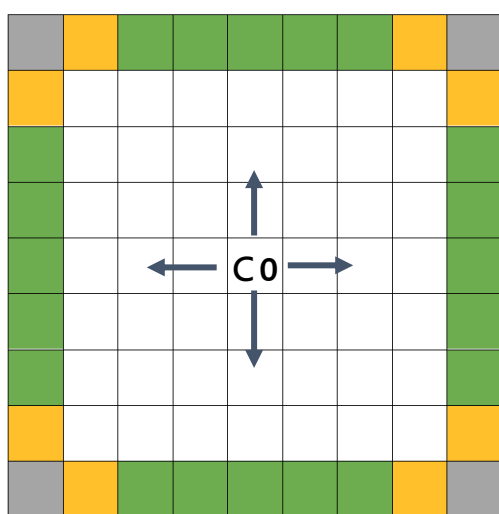
三、遊戲規則

(一)遊戲開局：一開始，貓會放在棋盤中央的格子中。接著，由網子先

補在任意一個格子中，再輪到貓移動到相鄰的格子裡，

如果是六邊形，就是 6 個方向，方格則是 4 個，再輪到

網子，一直輪流直到貓動不了或逃走。



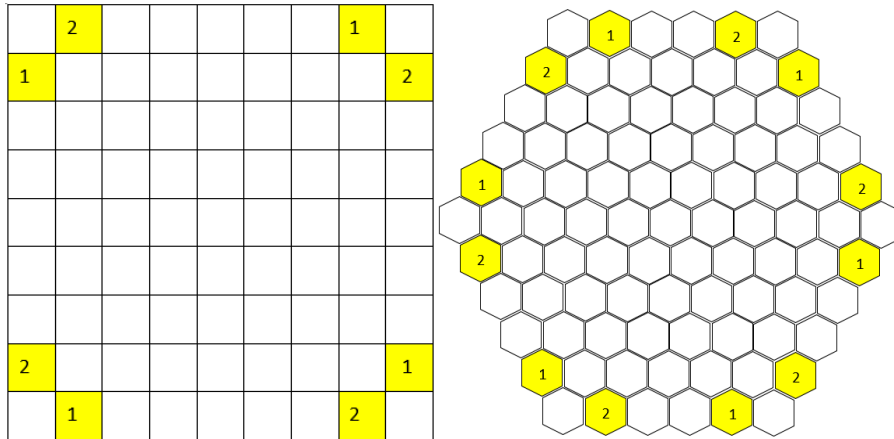
(二)獲勝條件：當貓走到邊界時，貓就獲勝，當貓走到邊界前就被網子

圍成封閉圖形時，則網子獲勝。

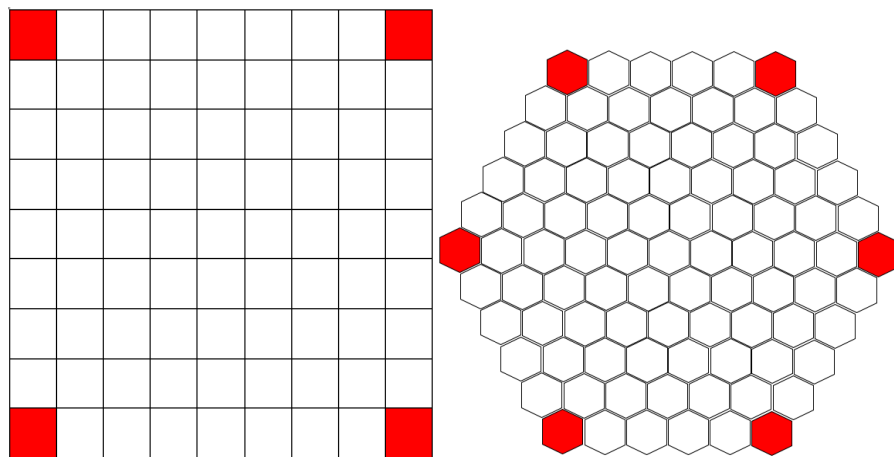
四、名詞解釋

(一)放置網子的位置名稱

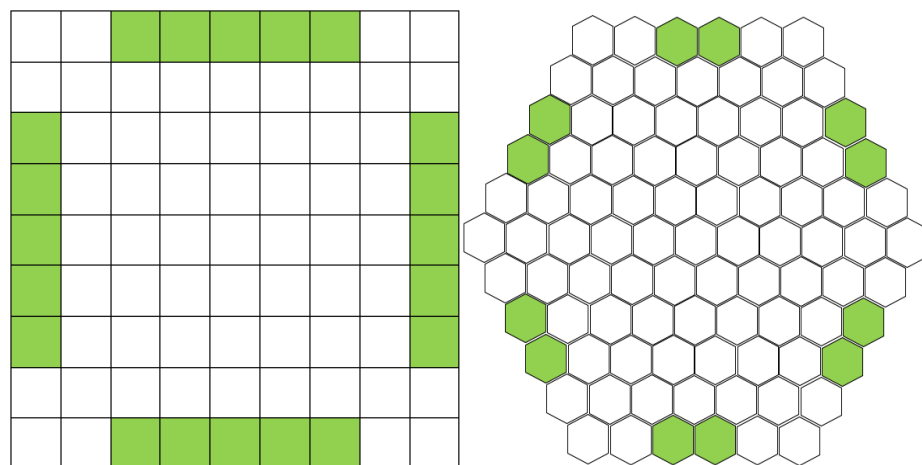
1.邊角點：是指頂點旁邊的兩個點(黃色區域)，如果都統一擺放在相同數字上，因為網子比較分散，就可以比較容易圍住貓。



2.頂點：是指最靠近角落的點(紅色區域)



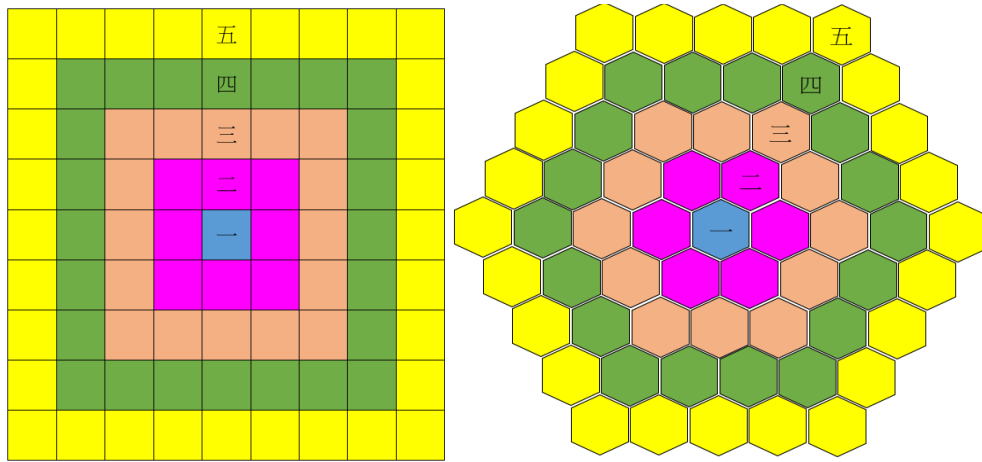
3.邊點：除了頂點和邊角點以外在邊上的點(綠色區域)



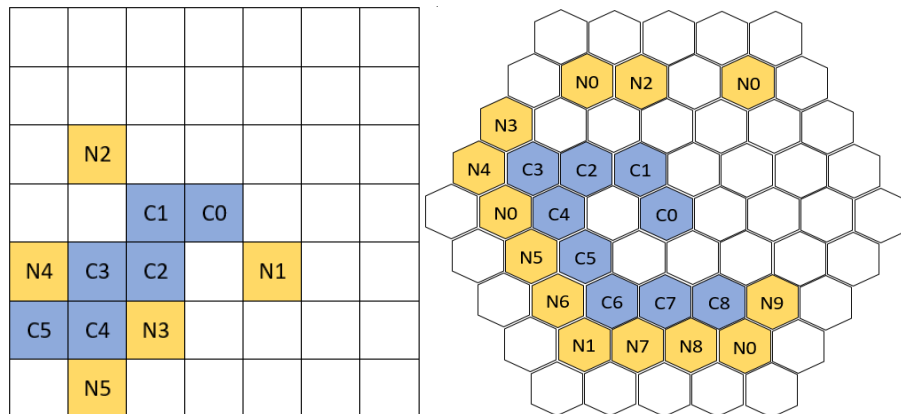
(二)棋盤裡的層數說明

因為要探究不同位置的網子，所以為了更清楚說明網子的位置，我們把棋盤中心點定義為第一層，外面一圈圍第二層，依此類推。以下詳細說明：

- 1.第一層：中間的點(藍色區域)
- 2.第二層：從裡面數來的第二圈(粉紅色區域)
- 3.第三層：從裡面數來的第三圈(紅色區域)
- 4.第四層：從裡面數來的第四圈(綠色區域)
- 5.第五層：從裡面數來的第五圈(黃色區域)



(三)貓和網子的標記



- 1.貓咪(藍色)=C
- 2.C0=一開始貓的位置
- 3.獵人(黃色)=N
- 4.N0=預設網子的位置
- 5.數字=步數，如 N1 就是網子的第一步

肆、研究結果

一、方格棋盤研究

(一)邊長為 5 的方格棋盤

1.探討分析

(1)沒有預設網子(失敗)

		N2	N3	N4
		C1	C2	C3
		C0		
			N1	

(2)預設一個網子(失敗)

			N0	
N2	C1	C0		
N3	C2		N1	
N4	C3			

	N1			N0
		C0		
		C1	C2	C3
		N2	N3	

(3)預設二個網子(失敗)

		N0	C3	
N0			C2	N3
		C0	C1	N2
			N1	

	N0		N1	
		C0		
C3	C2	C1		N0
	N3	N2		

	N0			N0
		C0	C1	N2
			C2	C3
	N1		N3	

(4)預設三個網子(成功)(必須放在下圖藍色和橘色區)

		N4	N3	
	N0	C3	C2	N0
		C0	C1	N2
	N1			
			N0	

		N6	N0	
	N0	C5	C4	N5
		C0	C3	N4
		C1	C2	N0
	N1	N2	N3	

		N8	N0	
	N0	C7	C6	N7
N2	C1	C0	C5	N6
N3	C2	C3	C4	N0
	N1	N4	N5	

2.研究結果

(1)因為格子太少，預設網子就算有二個，貓還是能逃走。

(2) 在邊長為 5 的方格棋盤中，至少要預設 3 個網子，才能圍住貓(必須放在第三層邊角點或第二層頂點)

(3)在邊長為 5 的方格棋盤中，一開始盡量不要下在邊點及頂點。

(二) 邊長為 7 的方格棋盤

1.探討分析

(1)沒有預設網子(失敗)

	N2					
		C1	C0			
N4	C3	C2		N1		
C5	C4	N3				
	N5					

	N3			N2		
N4	C3	C2	C1			
N5	C4		C0			
N6	C5			N1		
C7	C6					
	N7					

(2)預設一個網子(成功) (N2 很重要因為要讓貓轉向，不然貓就會往前走出去方格)

2.研究結果

(1)在邊長為 7 的方格棋盤中，因為棋盤太小，如果沒有預設網子會來不及圍住貓。

(2)在邊長為 7 的方格棋盤中，距離貓一格再加斜格的圍法最容易圍住貓。

(3)在邊長為 7 的方格棋盤中，預設網子在第三層的頂點，較容易圍住貓。

(4)只要預設障礙物在裡頭第三層的 4 個頂點的其中 1 個，第 1 個網子再補任

意 1 個頂點就能圍住貓；如果預設網子在第三層的邊角點上，那第一個網子下在與預設網子斜對稱的邊角點，就可以成功圍住貓，網子如左下圖藍色區塊。(如果是其他邊角點就不一定可以成功，下錯的網子如右下圖紅色區塊)

	N1					
	C4		C0			
N4	C3	C2	C1		N0	
N3			N2			

				N0		
	N1					
			C0			
			C1	C2		N3
			N2	C3	C4	C5
				N4	N5	

(5)在邊長為 7 的方格棋盤中，至少要預設 1 個預設網子，才能圍住貓(必須放在第三層的頂點和邊角點或第二層頂點)

(6)當一個邊的兩個頂點都沒有障礙物時，就要利用第三層或第四層的邊點落網，讓貓只能轉彎，就能圍住貓。

(7)在邊長為 7 的方格棋盤中，一開始預設的網子盡量不要下在第四層頂點。

(三) 邊長為 9 的方格棋盤

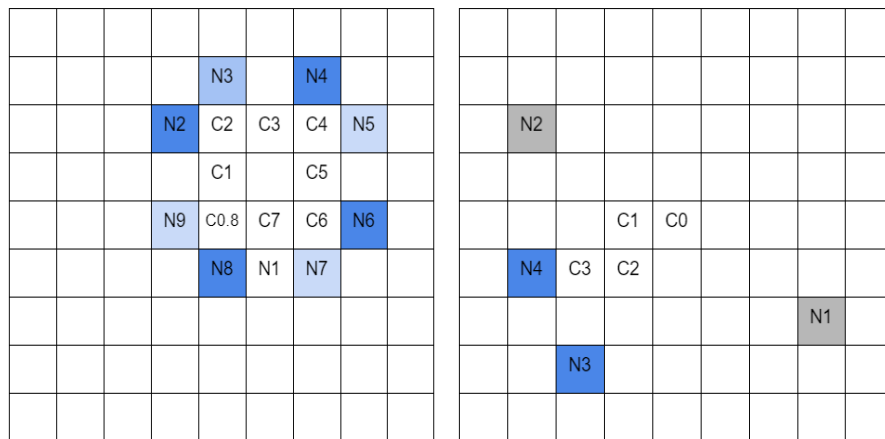
1.探討分析

(1)沒有預設網子(成功 (N5 和 N9 很重要，因為如果貓走到黃色的方格，貓就會有兩條路逃走)

		N2						
	N3	C2	C1	C0				
		C3			N1			
	N4	C4	C5	C6	C7	N8		
	!!!	N5	N6		C8	N9	!!!	
					N7			

2.研究結果

- (1)搶下第三層和第四層的頂點和邊角點。
- (2)9*9 方格棋盤不用預設網子，也可讓貓先走，都能輕鬆圍住貓。
- (3)讓貓轉向的網子只能下在第三層或第四層的邊點上。
- (4)網子盡量不要下在最外圍的格子上。
- (5)圍的策略可以比較多變化，像是可以斜一格加上擋住貓的去路，就可以把貓圍起來(下圖左)，或是直接擋住貓讓貓一直轉向，也可以成功圍住貓(下圖右)。

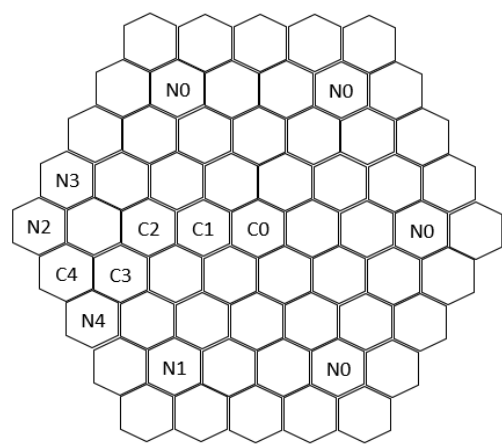
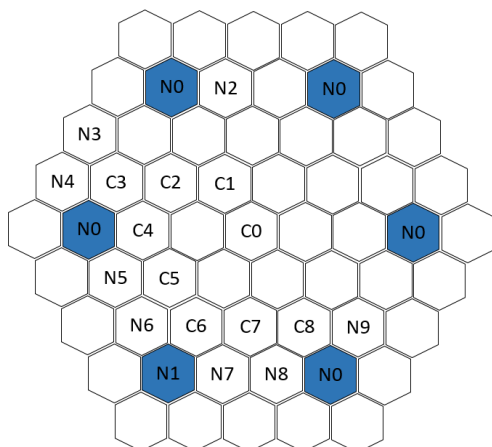


二、六邊形棋盤研究

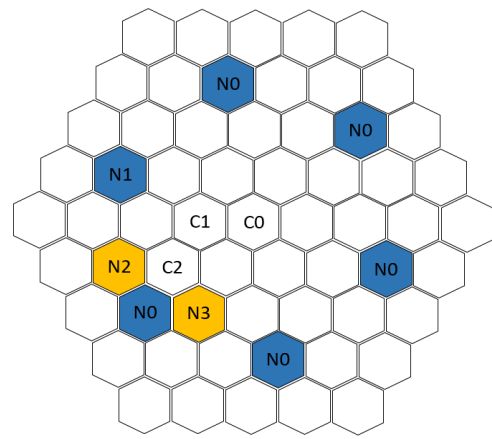
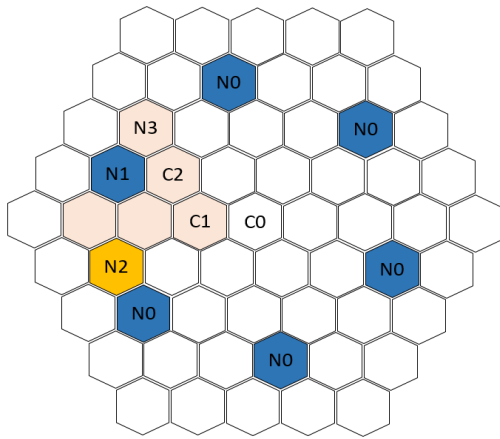
(一)邊長為五的六邊形棋盤

1.探討分析

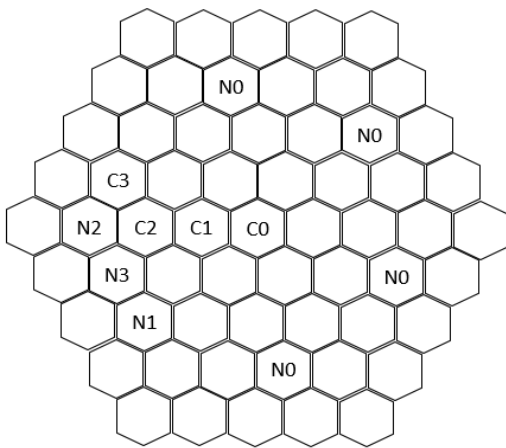
- (1)預設五個網子在第四層的頂點(成功)(第一步必須第四層的頂點和邊角點)
- (2)預設四個網子在第四層的頂點(失敗)



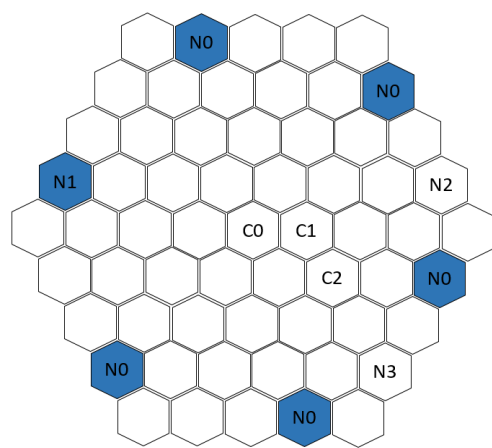
(3)預設五個網子在第四層的邊角點(成功)(第一步必須搶下第四層的邊角點)



(4)預設四個網子在第4層的邊角點(失敗)

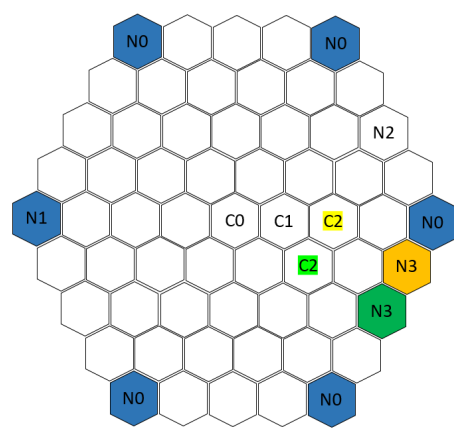
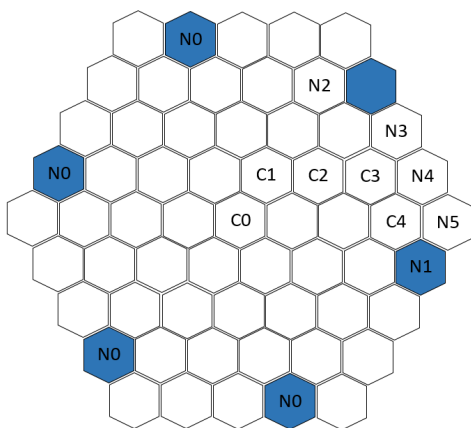


(5)預設五個網子在第五層的邊角點(成功)(必須搶下第5層的邊角點)

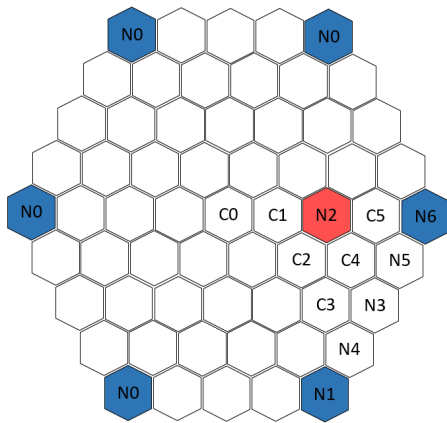


(6)預設4個網子在最外圍邊角點(成功)(第一步要補好沒有網子的角落)

(7)預設5個網子在最外圍頂點(成功)(第一步要補好沒有網子的角落)



(8)預設四個網子在最外圍頂點(失敗)

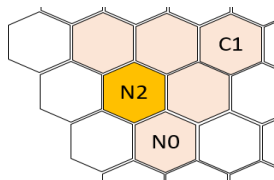


2.研究結果

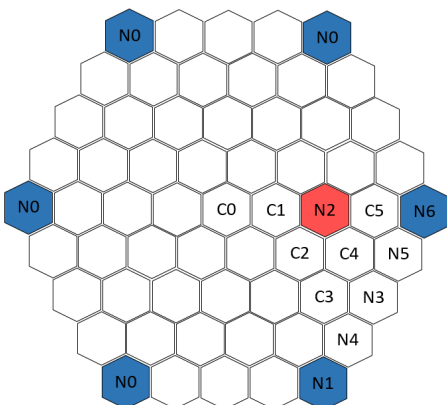
(1)在邊長為 5 的六邊形棋盤中，至少要預設 4 個網子才能成功圍住貓。(必須放在最外圍邊角點)

(2)網子要設在最外圍的頂點和邊角點，相較之下邊角點比較容易成功，頂點要有技巧地圍著貓才能成功；另外，網子放在裡面一層的頂點和邊角點也可以圍著貓，但頂點比較容易成功，邊角點要符合條件才能成功。

(3)過程中我們發現六邊形的圍貓策略，在貓往六邊形邊線走的最短距離中，要搶下邊長為 3 的三角形底端邊點，就可以成功圍住貓。(如下圖黃色格子)



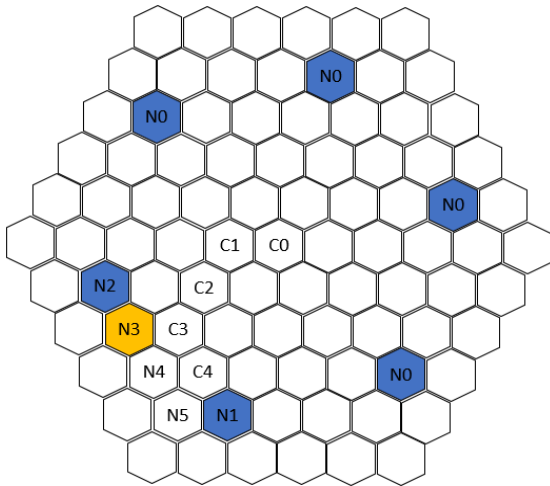
(4)在方格裡面可以用邊點提早擋住貓，這樣會比較容易成功圍貓，但是在六邊形裡，如果網子下在貓前面擋住貓，不一定可以圍住貓。(如下圖所見)



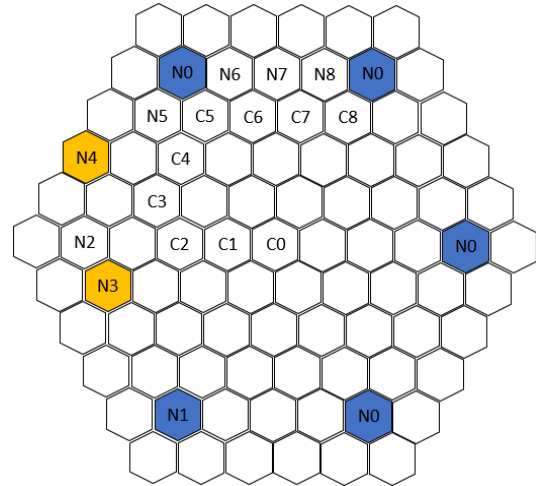
(二)邊長為六的六邊形棋盤

1.探討分析

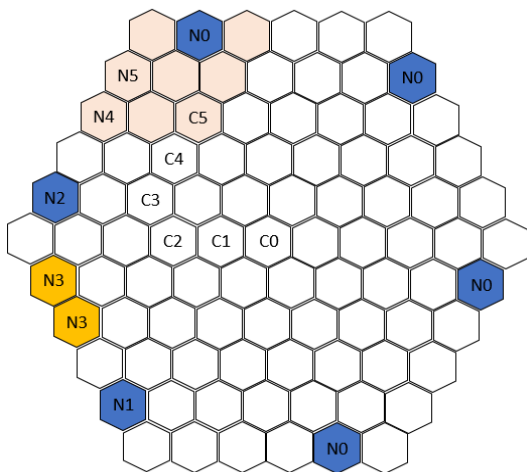
(1)預設四個網子在 5*5 的邊角點(成功但必須搶下第五層的邊角點，N3 是防止貓走出邊界的關鍵，因為 N3 是邊長為 3 的三角形邊點)



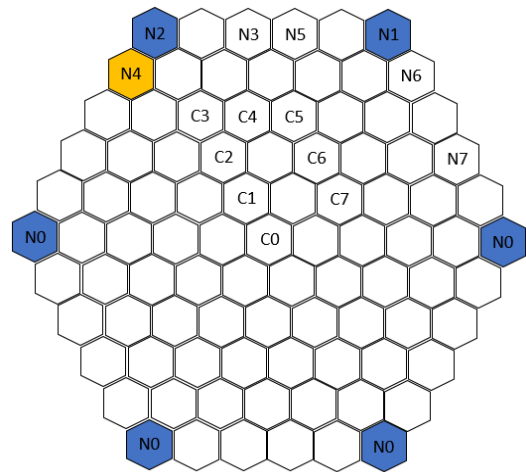
(2)預設四個網子在邊長為 5 的頂點 (成功但必須下第五層的頂點，且 N3、N4 很重要，因為是邊長為 3 的三角形邊點)



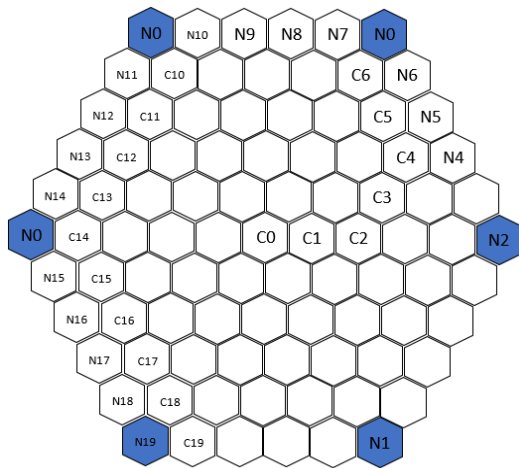
(3)預設四個網子在第 6 層邊角點(成功但必須搶下第 6 層的邊角點)



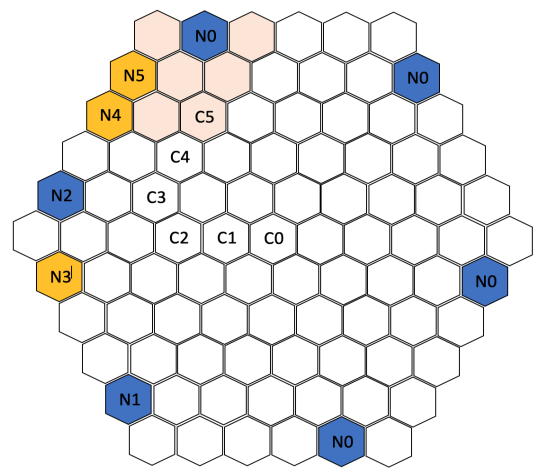
(4)預設四個網子在第 6 層頂點(成功但前二步必須搶下第 6 層的頂點，N4 要下在 N2 旁邊，擋住貓跑出去)



(5)預設三個網子在最外圍頂點(失敗)

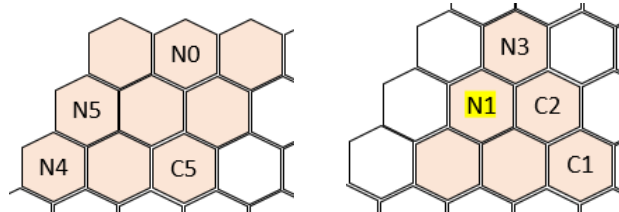


(6)預設三個網子在最外圍邊角點(成功)



2.研究結果

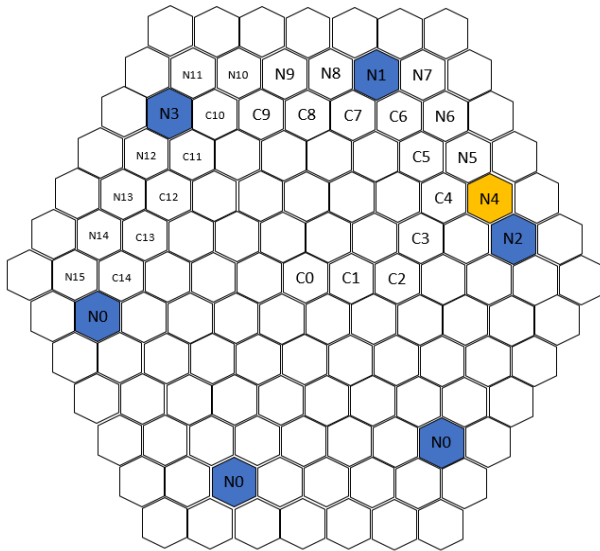
- (1)在邊長 6 的六邊形棋盤中，至少要在最外層邊角點預設三個網子才能成功。
- (2)六邊形的預設網子可以放在最外圍邊角點、頂點，邊角點比頂點容易成功；如果放在第五層的邊角點和頂點，因為比較裡面所以要有技巧才能圍住貓。
- (3)當貓走到離邊線只剩兩步的距離時，如果靠近頂點的話，要搶邊長 3 的平行四邊形的兩條線中點，如果是靠近邊線，要搶邊長 3 的三角形底邊中點。



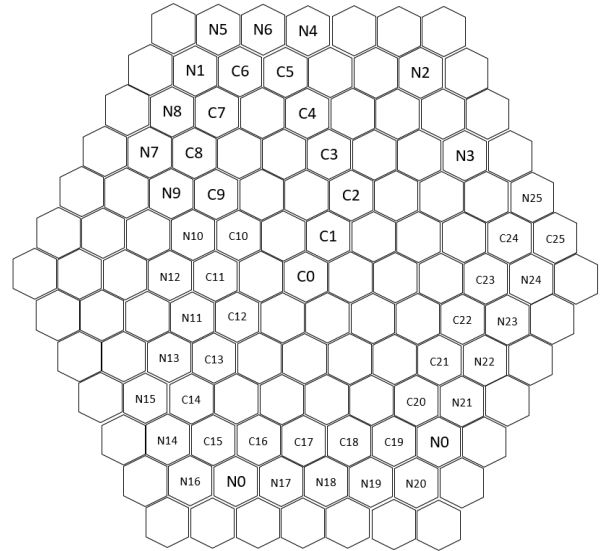
(三)邊長為 7 的六邊形棋盤

1.探討分析

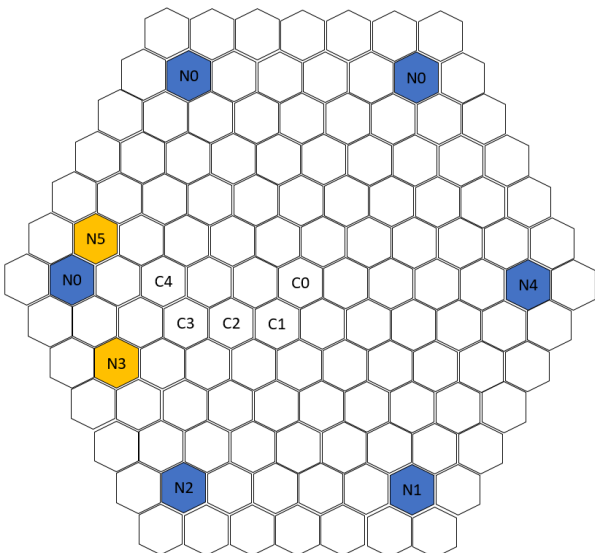
(1)預設三個網子在第六層的邊角點(成功，前三步必須搶下第五層的邊角點)



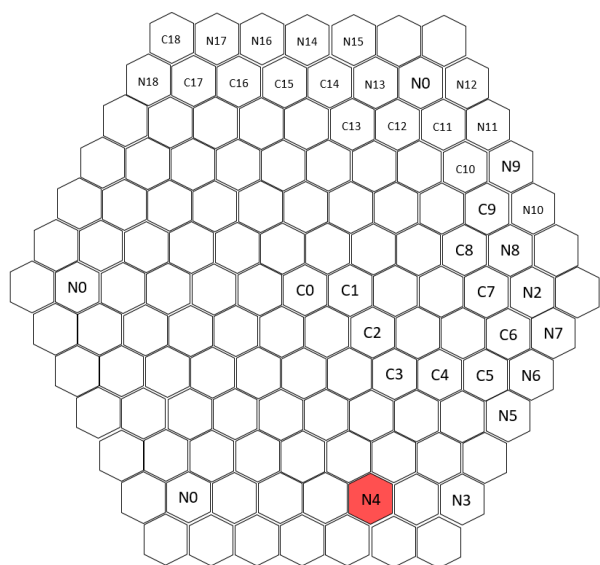
(2)預設二個網子在第六層的邊角點(失敗)



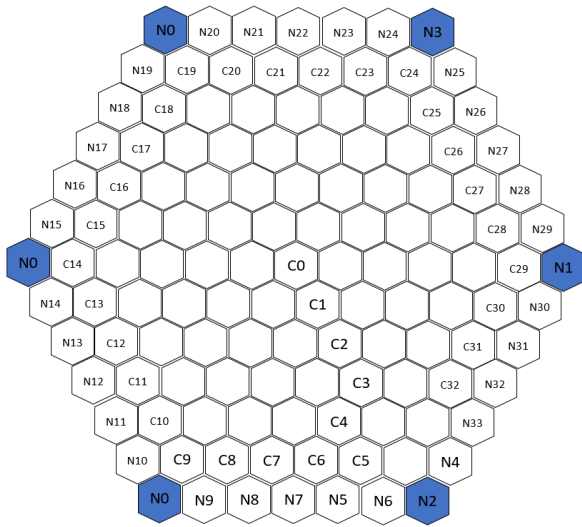
(3)預設三個網子在第六層的頂點 (成功，必須搶下第六層的頂點，N3、N5 很重要，因為是邊長為 3 的三角形邊點)



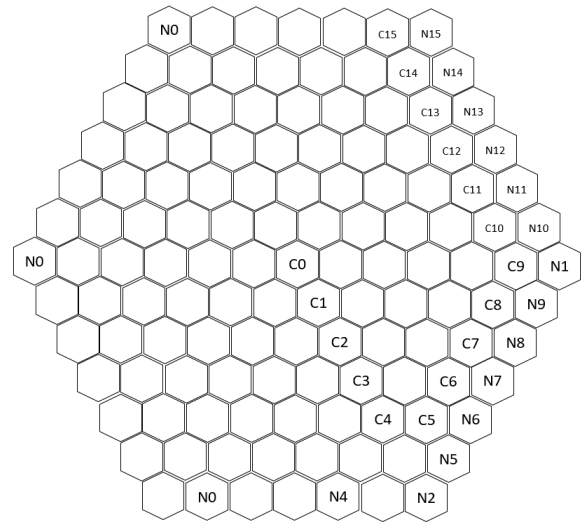
(4)預設三個網子在第六層的頂點(失敗)



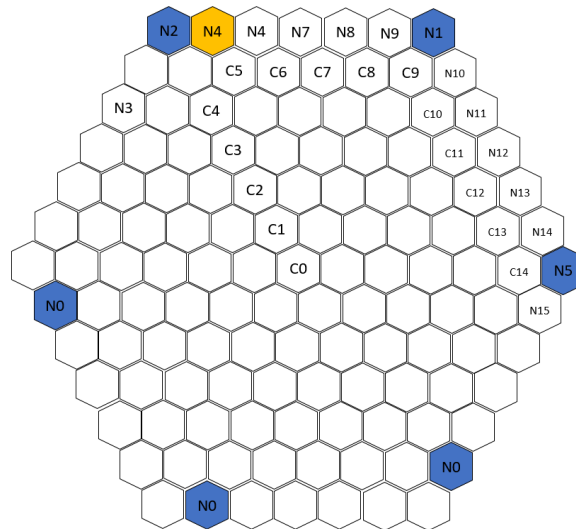
(5)預設三個網子在第七層的頂點(成功，但必須搶下最外層的頂點)



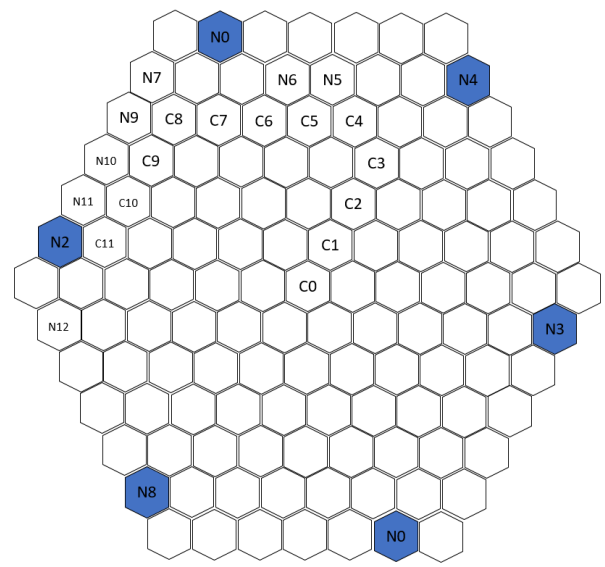
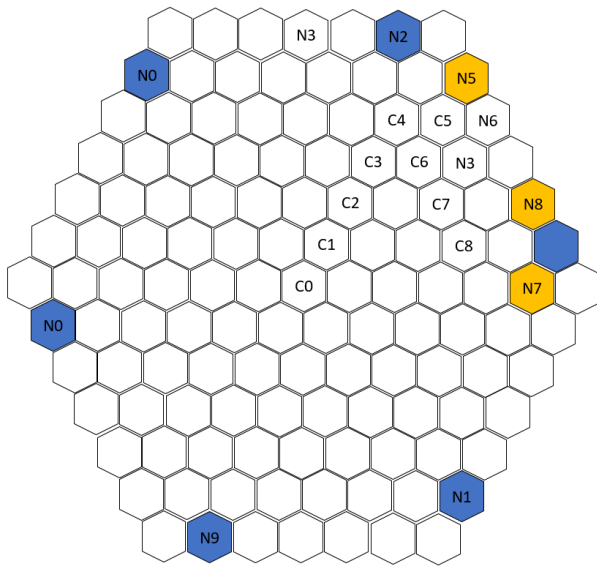
(6)預設二個網子在第七層的頂點(失敗)



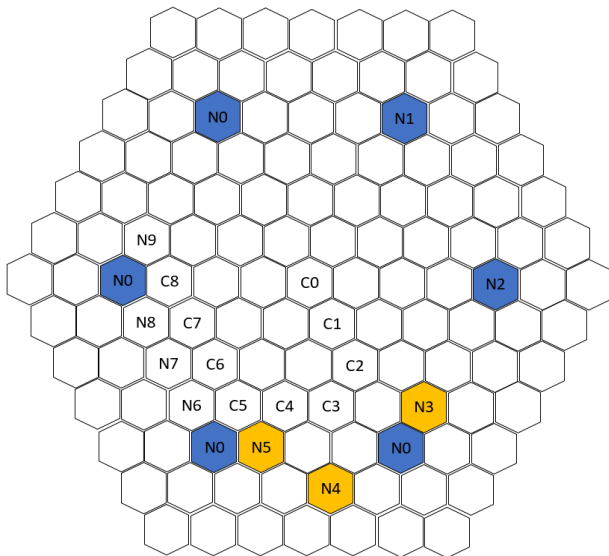
(7)預設三個網子在第七層的邊角點(成功，但必須搶下最外層的邊角點，N4 很重要應為如果 N4 不下在 N2 旁邊，貓往前走就會有兩條路可以走)



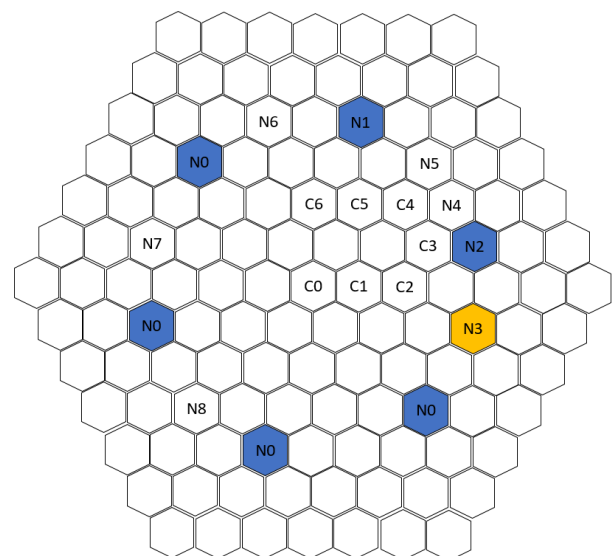
(8)預設二個網子在第七層的邊角點(成功) (前四步必須放在最外圍邊角點)



(9)預設四個網子在第五層的頂點(成功) (前二步一定要補好另外二個點，第三步一定要補在頂點旁邊)

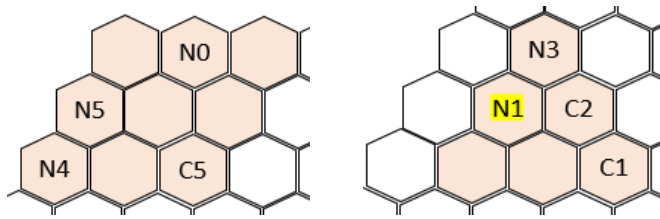


(10)預設四個網子在第五層的邊角點(成功) (前二步必須補上另外二個邊角點)



2.研究結果

- (1)在邊長為 7 的六邊形棋盤中，至少要預設二個網子才能成功。(必須放在最外圍邊角點)
- (2)預設網子可以放在第六層的邊角點、頂點，但頂點比邊角點容易成功；如果放在第七層的邊角點和頂點，則邊角點比頂點容易成功。在第五層要放四個預設網子才會圍住貓，而且邊角點比頂點容易成功。
- (3)當貓走到離邊線只剩兩步的距離時，如果靠近頂點的話，要搶邊長為 3 的平行四邊形的兩條線中點，如果是靠近邊線，要搶邊長為 3 的三角形底邊中點。

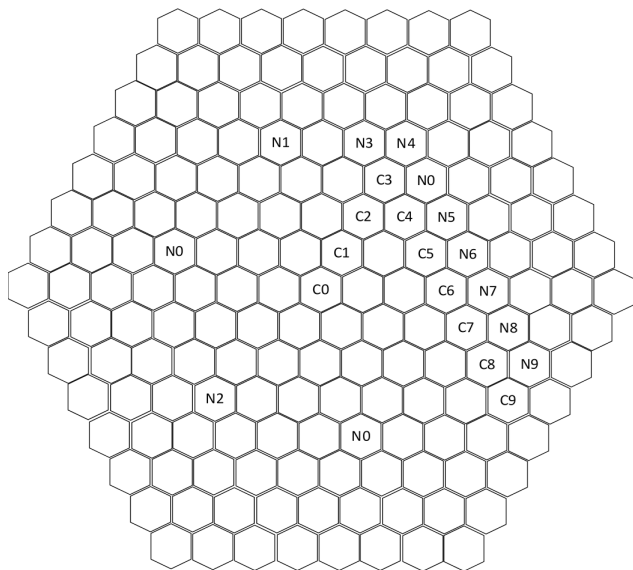


- (4)預設網子位置、邊長和預設網子數量之間的關係整理：
 - a.在邊長為 5 的六邊形棋盤中，必須放在第五層且預設四個網子在邊角點上就會成功圍貓；第四層要預設五個網子(邊角點和頂點皆可)才會成功。
 - b.在邊長為 6 的六邊形棋盤中，必須放在第六層且預設三個網子在邊角點上就可以成功為貓；第五層要預設四個網子(邊角點和頂點皆可)會成功為貓。
 - c.在邊長為 7 的六邊形棋盤中，必須放在第七層且預設兩個網子在邊角點上會成功圍貓；第六層要預設三個網子才能圍住貓。
- 從上面的整理，我們發現如果是在最外圍且預設網子放在邊角點上，假設邊長為 K ，那可以成功圍貓的預設網子數量至少要 $9-K$ 個；如果是放在最外圍頂點，以及裡面一層的邊角點或頂點，就是需要 $10-K$ 個預設網子。
- (5)要看貓與邊界的距離來思考是否需要搶邊角點或頂點的位置，或是要圍著貓不讓牠跑出去。如果貓離邊界只剩三步，我們就要開始佈局設下附近的網子。那如果貓離邊界還大於三步時，我們就可以先搶下其他頂點或邊角點。

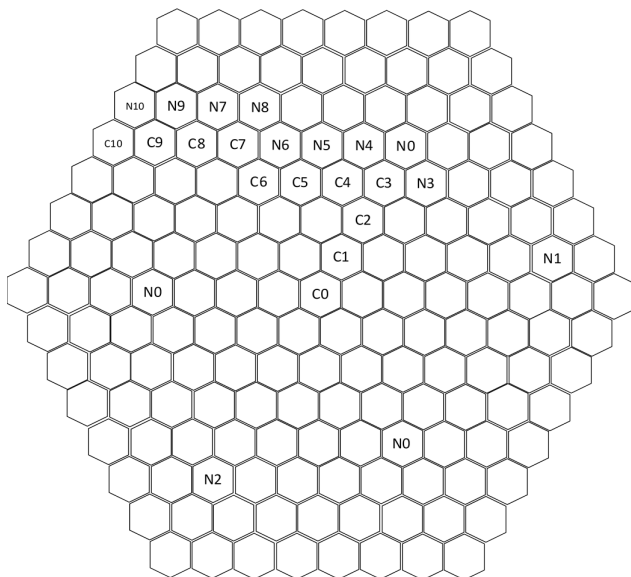
(四)邊長為 8 的六邊形棋盤

1.探討分析

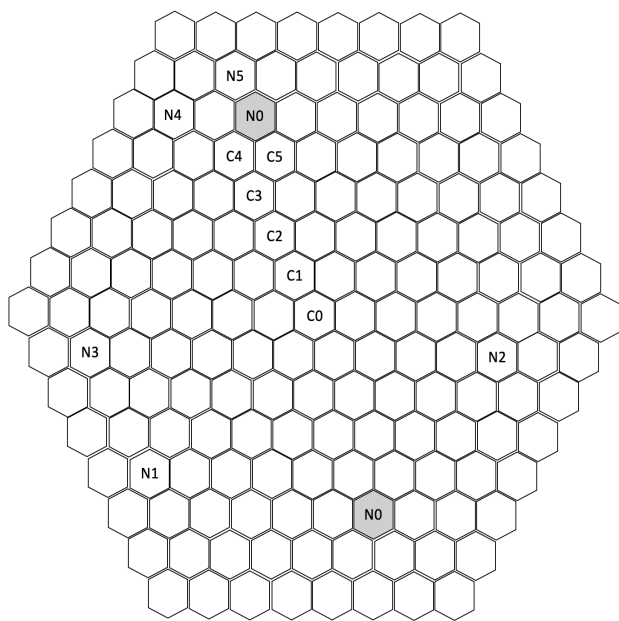
(1)預設三個網子在第五層的邊角點(失敗) (如果貓沒有往預設網子走，就會成功，因為這樣網子可以選擇放外面一點)



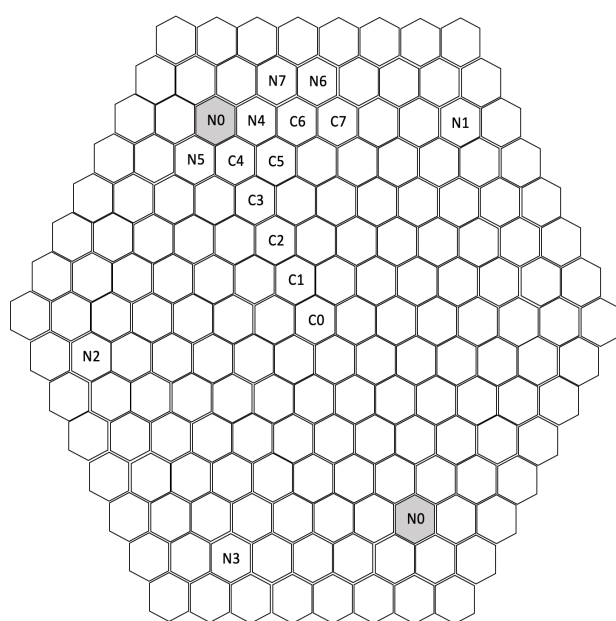
(2)預設三個網子在第五層的頂點(失敗) (如果貓沒有往預設網子走，就會成功，因為這樣網子可以選擇放外面一點)



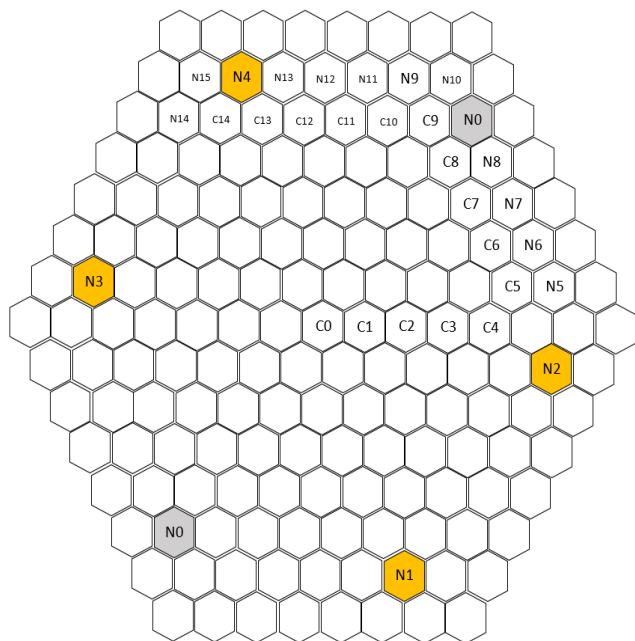
(3)預設兩個網子在第六層的邊角點(失敗)(當貓沒有往預設網子走時，就會成功)



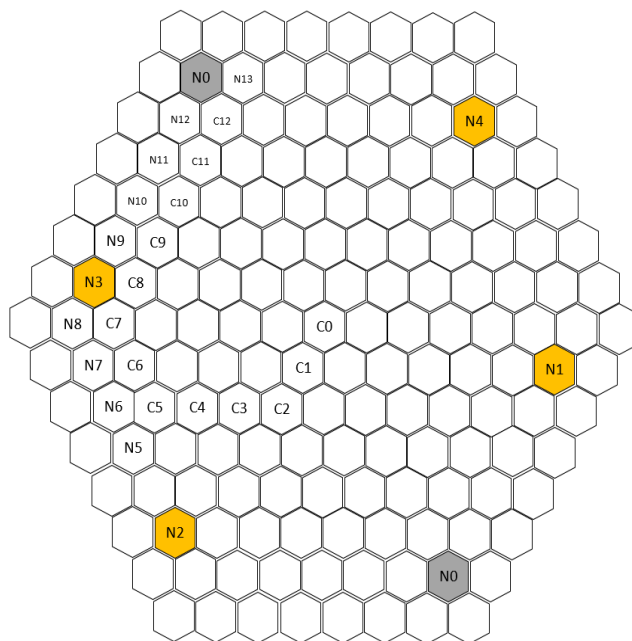
(4)預設兩個網子在第六層的頂點(失敗)(當貓沒有往預設網子走時，就會成功)



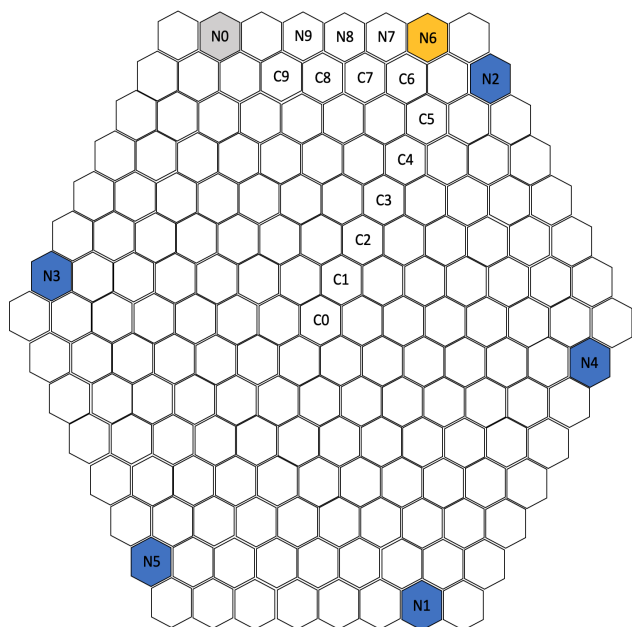
(5)預設兩個網子在第七層的邊角點(成功)(前五步必須補在第七層邊角點)



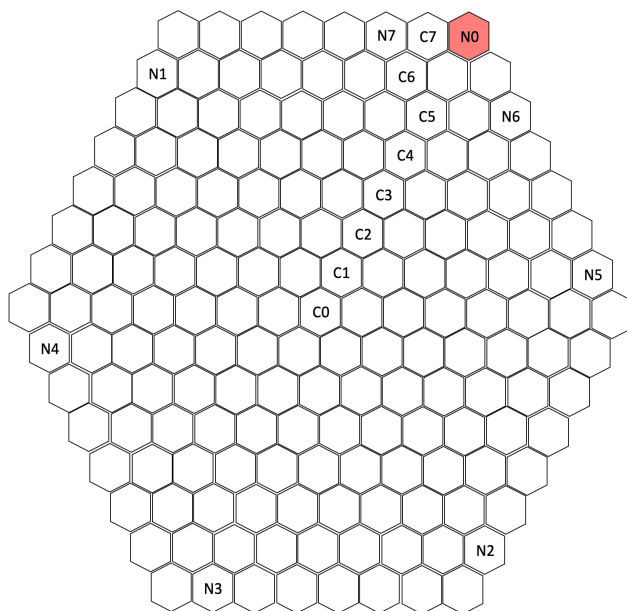
(6)預設兩個網子在第七層的頂點(成功)(前四步必須補好另外四個沒有網子的角落)



(9)預設一個網子在第八層的邊角點(成功，前五步必須補在第八層邊角點)

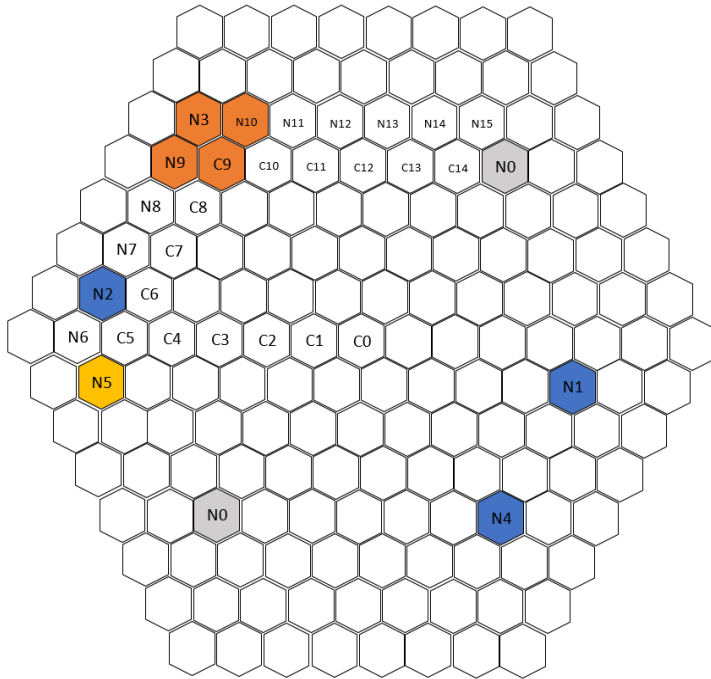


(10)預設一個網子在第八層的頂點(失敗)



2.研究結果

(1)依照前面我們的研究結果以及他人做的研究結果，都說第八層邊角點至少要預設 9-K 個網子才，第八層頂點、第七層頂點和邊角點 10-K，第六層的頂點和邊角點 11-K，這樣推論第六層應該要有三個預設網子才會成功，但如果第一步擋貓的網子放在第七層的邊角點，第二步和第三步則是要補在第六層的頂點或邊角點，且貓沒有衝向預設網子，就可以只有兩個預設網子。(如下圖所示)

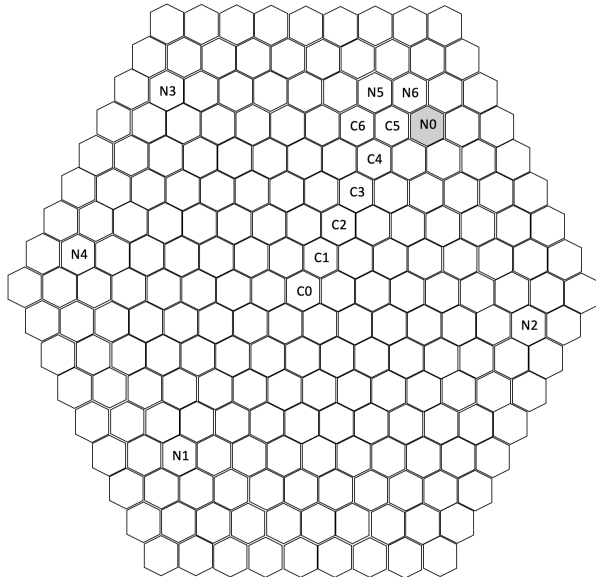


- (2)在邊長為 8 的六邊形棋盤中，如果預設網子在第八層的邊角點需要預設一個網子才能成功。如果預設網子在第七層或第八層的頂點則需預設二個網子才能成功，但如果預設網子在第六層則需預設三個網子才能成功，第五層則需預設四個網子才能成功。
- (3)在邊長為 8 的六邊形棋盤中，如果預設三個網子在第五層的邊角點上，當貓走向邊界的那個邊角點的網子，要放比較外面一層，然後其他補在邊角點的網子要跟預設網子在同一層，不然貓會有洞可以跑出去。
- (4)如果貓離預設網子還有三步以上，我們就可以先選擇補其他還沒有網子的邊角點或頂點。

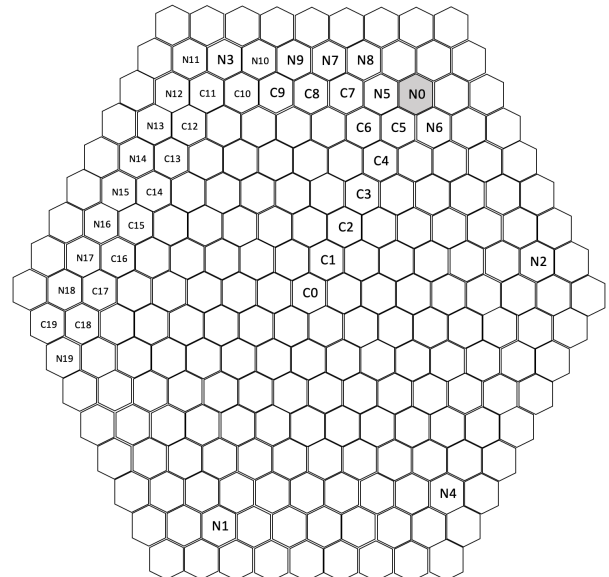
(三)邊長為 9 的六邊形棋盤

1.探討分析

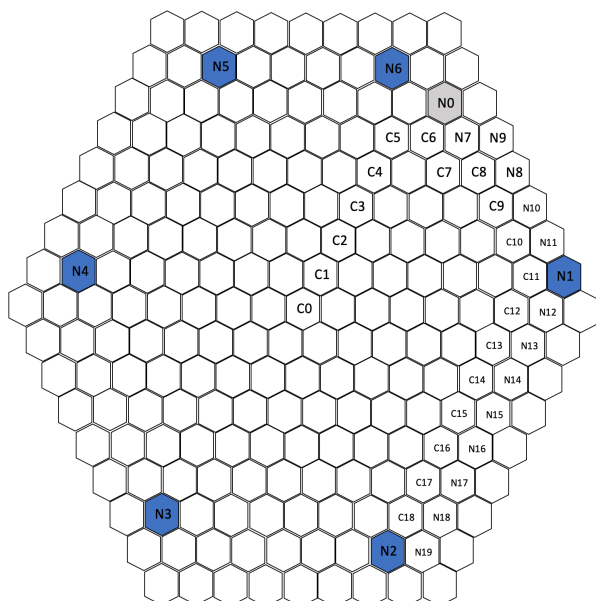
(1)預設一個網子在第七層的邊角點(失敗)



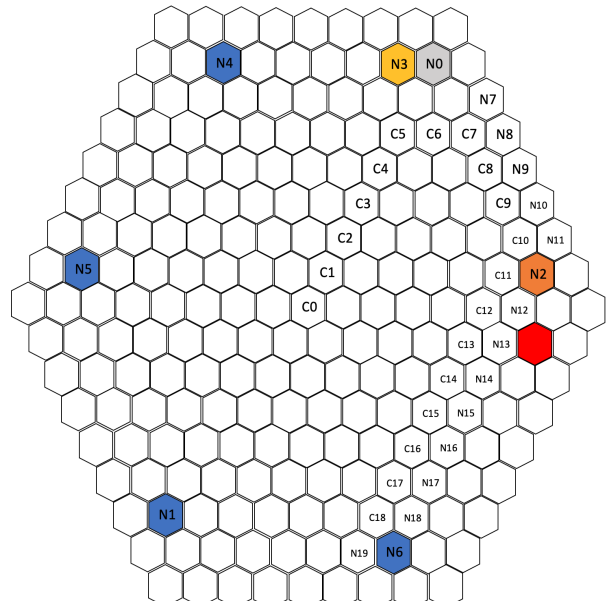
(2)預設二個網子在第七層的頂點(失敗)



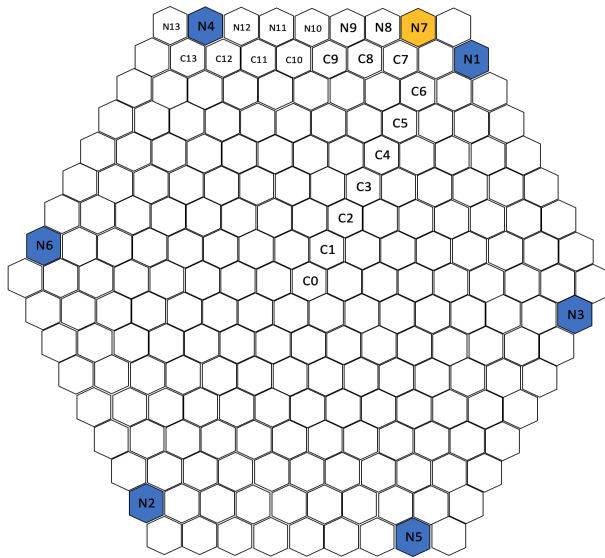
(3)預設一個網子在第八層的邊角點(成功)
(前五步必須補在第八層邊角點)



(4)預設一個網子在第八層的頂點(成功) (前五步必須補在第八層邊角點，且在 N0 附近的邊角點要補在靠近 N0 的方向，所以不能補再另一個紅色格子)



(7)沒有預設網子(成功) (前六步必須補在第
九層邊角點)



2.研究結果

- (1)在邊長為 9 的六邊形棋盤中，可以不用預設網子，就能圍住貓(六個圍貓的網子都必須要放在第九層的邊角點)。
- (2)在邊長為 9 的六邊形棋盤中，如果預設網子擺放的位置比較裡面，把要補在邊角點的網子放在外面一層，比較容易圍住貓。
- (3)在邊長為 9 的六邊形棋盤中，在第八層至少要預設一個網子才能圍著貓(可放在邊角點或頂點)。

伍、討論

一、方格棋盤的比較

	邊長為 5 的方格	邊長為 7 的方格	邊長為 9 的方格
研究 結果	預設零個網子：失敗 預設一個網子：失敗 預設二個網子：失敗 預設三個網子：成功 最佳位置： 1.第三層的邊角點 2.第二層的頂點	預設零個網子：失敗 預設一個網子：成功 預設二個網子：成功 預設三個網子：成功 最佳位置： 1.第三層的頂點和邊角點	預設零個網子：成功 預設一個網子：成功 預設二個網子：成功 預設三個網子：成功 最佳位置： 1.第三層的頂點和邊角點 2.第四層的頂點和邊角點
共同 之處	1.當預設三個網子時，都能圍住貓。 2.當棋盤變大時，成功次數越多。 3.都要先搶下裡面正方形的頂點。 4.盡量不要搶下最外圍的頂點。		
相異 之處	1.成功的次數不同。 2.預設的網子數量不同。 3.棋盤的大小不同。		
我的 發現	1.棋盤越大，需要預設的網子數量越少，越容易圍住貓。 3.在邊長為 9 的方格棋盤中，即使讓貓一步，也能圍住貓。 4.在 9*9 方格棋盤中搶下第三、四層的頂點和邊角點比較容易成功。 5.在 7*7 方格棋盤中搶下第三層的頂點和邊角點比較容易成功。 6.在 5*5 方格棋盤中搶下第三層的邊角點、第二層的頂點比較容易成功。 7.在 9*9 和 7*7 的方格棋盤中距離貓一格加一個斜格圍是最好的圍法。		

二、六邊形棋盤的比較

研究 結果	邊長為 5 的 六邊形	1.在邊長為 5 的六邊形棋盤中，至少要預設四個網子才能成功圍住貓(必須放在第五層邊角點) 2.網子要設在最外圍的頂點和邊角點，相較之下邊角點比較容易成功，頂點要有技巧地圍著貓才能成功；另外，網子放在裡面一層的頂點和邊角點也可以圍著貓，但頂點比邊角點較容易成功。 3.過程中我們發現六邊形的圍貓策略，在貓往六邊形邊線走的最短距離中，要搶下邊長為 3 的三角形底端之中點，就可以成功圍住貓。 4.在方格裡面可以用邊點提早擋住貓，這樣會比較容易成功圍貓，但是在六邊形裡，如果網子下在貓前面擋住貓，是不一定可以圍住貓的。
	邊長為 6 的 六邊形	1.在邊長為 6 的六邊形棋盤中，至少要預設三個網子才能成功(必須放在第六層邊角點) 2.六邊形的預設網子可以放在最外圍邊角點、頂點，邊角點比頂點容易成功；如果放在第五層的邊角點和頂點，因為比較裡面所以要有技巧才能圍住貓。 3.當貓走到離邊線只剩兩步的距離時，如果靠近頂點的話，要搶邊長 3 的平行四邊形的兩條線中點，如果是靠近邊線，要搶三角形的底邊中點。
	邊長為 7 的 六邊形	1.在邊長為 7 的六邊形棋盤中，至少要預設二個網子才能成功。(必須放在最外圍邊角點) 2.六邊形的預設網子可以放在第六層的邊角點、頂點，但頂點比邊角點容易成功；如果放在第七層的邊角點和頂點，則邊角點比頂點容易成功。 3.當貓走到離邊線只剩 2~3 步的距離時，要搶三角形的邊點。 4.在邊長為 7 的六邊形棋盤中，必須放在第七層且預設兩個網子在邊角點上會成功圍貓；第六層要預設三個網子才能圍住貓。

		5.我們發現如果預設網子放在最外圍邊角點上，假設邊長為 k，就要 $(9-k)$ 個網子才能圍貓；如果是放在最外圍頂點，以及裡面一層的邊角點或頂點，就要 $10-k$ 個網子。 6.如果貓離邊界只剩三步，我們就要開始佈局設下附近的網子，如果到只剩兩步時，就一定要用網子擋住。那如果貓離邊界還大於三步時，我們就可以先搶下其他頂點或邊角點。
	邊長為 8 的六邊形	1.第八層邊角點至少要預設 $9-K$ 個網子，第八層頂點、第七層頂點和邊角點 $10-K$，第六層的頂點和邊角點 $11-K$，這樣推論第六層應該要有三個預設網子才會成功，但如果第一步擋貓的網子必須要放在第七層的邊角點，第二步和第三步則是要補在第六層的頂點或邊角點，<u>且貓沒有衝向預設網子</u>，就可以只有兩個預設網子。
	邊長為 9 的六邊形	1.在邊長為 9 的六邊形棋盤中，可以不用預設網子，就能圍住貓(六個圍貓的網子都必須要放在第九層的邊角點)。 2.在邊長為 9 的六邊形棋盤中，如果預設網子擺放的位置比較裡面，把要補在邊角點的網子放在外面一層，比較容易圍住貓。
共同之處		1.當預設網子在最外圍邊角點時，都只要預設 $(9-\text{邊長})$ 個網子。 2.當預設網子在最外圍頂點和裡面一層時，都只要預設 $(10-\text{邊長})$ 個網子。 3.當貓走到離邊線只剩兩步的距離時，如果靠近頂點的話，要搶邊長 3 的平行四邊形的兩條線中點，如果是靠近邊線，要搶三角形的底邊中點。 4.預設 4 個網子在最外層的邊角點都一定會圍住貓。 5.在最外層使用邊角點比頂點好圍，頂點比邊點好圍。
相異之處		1.邊長為 5 的六邊形棋盤需要預設 5 個網子在最外圍六邊形才能圍住貓，邊長為 6 的六邊形棋盤需要預設四個網子才能成功，邊長為 7 的六邊形棋盤需要預設三個網子才能圍住，邊長為 8 的六邊形棋盤只要預設 1 個網子就能圍住貓。 2.在邊長為 5 的六邊形棋盤中，至少要預設四個網子才能成功圍住貓(必須放在最外圍邊角點)，在邊長為 6 的六邊形棋盤中，至少要預設三個網子才能成功圍住貓，在邊長為 7 的六邊形棋盤中，要預設兩個網子才能成功圍住貓(前四步必須放

	在最外圍邊角點)，在邊長為 8 的六邊形棋盤中，要預設一個網子就能成功圍住貓。 3.棋盤大小不同。 4.至少要預設的網子數不同。
我的發現	1.當棋盤邊長+1，至少要預設的網子數就會-1。 2.最外圍的邊角點是最好補空角落的方法。 3.邊角點會比頂點好圍，因為邊角點在邊長為 3 的平行四邊形的邊點。 4.當棋盤邊長越長，就會越好圍。我們發現預設網子的數量有規律，假設邊長為 K，如果預設網子是在最外圍且放在邊角點上，預設網子的數量就是 $9-K$；如果是放在最外圍頂點，以及裡面一層的邊角點或頂點，預設網子數量就是 $10-K$。 5.只要貓一開始就往預設網子走，貓就比較有可能成功逃走。

陸、結論

一、圍貓遊戲的方格棋盤規律

- 1.在方格棋盤中使用距離一格並加一個斜格圍是最佳圍法。
- 2.在方格棋盤裡，邊長為 9 不用預設網子就可以圍著貓。且在邊長九的方格棋盤中，即使讓貓一步也會贏。(但其它網子必須下在第四層的頂點或邊角點)
- 3.在沒有預設網子的情況下，若能圍住貓，方格棋盤最小邊長是 9。

二、圍貓遊戲的六邊形棋盤規律

- 1.在沒有預設網子的情況下，若能圍住貓，六邊形棋盤最小邊長是 9。
- 2.在六邊形棋盤中，只要貓一開始就往預設網子走，貓就比較有可能成功逃走，因為這樣網子就有可能因為太近而來不及圍住貓。
- 3.在六邊形棋盤中，同一層的邊角點比頂點和邊點還要容易圍住貓，且一開始最好的圍法是放在最外圍邊角點。
- 4.在六邊形棋盤中，如果貓離網子還大於三步時，我們就可以先搶下其他頂點或邊角點。
- 5.在貓往六邊形邊線走的最短距離中，要搶下邊長 3 的三角形底端之中點，就可以擋

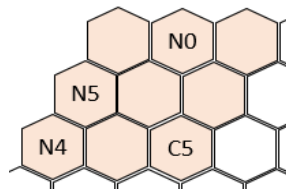
住貓。

6.在六邊形棋盤中，最外圍的邊角點是最好補空角落的方法。.

7.如果預設網子是在最外圍且放在邊角點上，預設網子的數量就是 $9-K$ ；如果是放在最外圍頂點，以及裡面一層的邊角點或頂點，預設網子數量就是 $10-K$ 。並依此往更裡面一層推。

8.在六邊形棋盤中，當貓距離網子只剩三步時，而且是在靠近邊線的情況下，就要使用四邊形的圍法(如圖一)

(圖一)



三、方格與六邊形棋盤之分析比較

- 1.不管是方格或六邊形棋盤，當棋盤邊長+1，要圍住貓的最少預設網子數就會-1。
- 2.在方格棋盤中盡量不要補在最外圍，但在六邊形棋盤中卻是圍在最外圍比較容易贏。
- 3.在邊長為5的方格棋盤中，只要預設三個網子就能成功，但在邊長為5的六邊形棋盤中，卻要預設四個網子才能成功。
- 4.在邊長為7的方格棋盤中，只要預設一個網子就能成功，但在邊長為7的六邊形棋盤中，卻要預設二個網子才能成功。
- 5.在邊長為9的方格棋盤中，可以讓貓先走，但在邊長為9的六邊形棋盤中，卻不能讓貓先走。

四、最佳策略

- 1.我發現在方格棋盤中，距離貓一格加一格斜格是最佳圍法。
- 2.在六邊形棋盤中，如果貓靠近棋盤的頂點，就要搶下邊長為3的三角形邊點。
- 3.在六邊形棋盤中，如果貓靠近棋盤的邊點，就要搶下邊長為3的四邊形邊點。
- 4.在六邊形棋盤中，如果貓離網子還大於三步時，我們就可以先搶下其他頂點或邊角點。

柒、參考文獻

張閔煊、郭卉琳、林宇軒。你逃不掉的!!!-----圍貓遊戲。中山高中，基隆市。

未具名(2018)。鞋貓劍客別想跑—探討獵人與貓的對應位置。彰化縣。

未具名(2014)。有什麼有效的策略來圍住神經貓【部落格文字資料】。取自

<https://www.zhihu.com/question/24594263>

liuzibujian(2021)。圈小貓遊戲與天使問題——容錯值理論。取自

<https://blog.csdn.net/liuzibujian/article/details/121962971>

邊緣(2014)。有什麼有效的策略來圍住神經貓【部落格文字資料】。取自

<http://www.woshipm.com/it/96158.html>

杜穎謙、陳紫渝、陳凱欣(2021)。從「圍貓遊戲」探討阻擋棋盤上移動點之最佳解【部落格影音資料】。取自 <https://mistymyth.fg.tp.edu.tw/1math/G1.html>